



TITLE:

スピングラス研究の現状と展望(第一回研究会 報告書「ランダム系の秩序化」,秩序化過程における協力と乱れ-その動力的研究-,科研費研究会報告)

AUTHOR(S):

高山, 一; 根本, 幸児

CITATION:

高山, 一 ...[et al]. スピングラス研究の現状と展望(第一回研究会 報告書「ランダム系の秩序化」,秩序化過程における協力と乱れ-その動力的研究-,科研費研究会報告). 物性研究 1984, 42(1): A1-A7

ISSUE DATE:

1984-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91291>

RIGHT:

スピングラス研究の現状と展望

北大理 高山一, 根本幸児

1975年 Edwards-Anderson (EA) は, ¹⁾ 強磁性相互作用と反強磁性相互作用とがランダムに存在しているスピングラス (SG) 系における, 新しいタイプの相転移の可能性を示唆する論文を発表した。その秩序相 (SG 相) は, 空間的には無秩序ながら, 各々のスピンの凍結している状態で, これを記述するオーダーパラメータとして

$$q_{EA} = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \langle S_i(0) S_i(t) \rangle_T \rangle = \langle \langle S_i^2 \rangle_T \rangle \quad (1)$$

を採用した ($\langle \dots \rangle_T$ は熱平均, $\langle \dots \rangle$ は空間平均)。EA 論文のすぐ後, Sherrington-Kirkpatrick (SK) は, ²⁾ 無限に相互作用の及ぶイジング SG 模型を提出し, 詳しい解析を行った。強磁性体に対する Weiss 模型の類推から, 分子場理論が厳密に成立すると期待されたわけだが, 低温側で, 物理的に受け入れられない答が導出された。問題の難しさは競合する相互作用がランダムに凍結している点にあり, 逆に, そのような系に生じる現象, あるいはその統計力学的取扱いの新しさは多くの研究者を引きつけた。最近になって, 少なくとも SK 模型に対して, 正解に近いと期待される答が出されているので, ここまでに到った理論的研究の流れを概説し, 実験との比較を含めて, 今後の問題点を述べる。

SK 模型とレプリカ法 SK 模型は, 通常のイジングスピン系のハミルトニアン $N = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - h \sum_i S_i$ において, 相互作用 J_{ij} が全てのスピン対間には存在し, かつ各々独立に, 平均値 $\frac{J_0}{N}$, 分散 $\frac{J^2}{N}$ のガウス分布に従うランダム変数であると定義される (N は全スピン数, J_0, J は示強変数)。SG 系ではランダムネスが凍結しているので (クエンチ系), 熱力学量 Q の熱力学的極限での期待値 $Q = \langle \langle \hat{Q} \rangle_T \rangle = \langle \langle \hat{Q} \rangle_T \rangle_T$ で評価される ($\langle \rangle_T$ はランダム変数 J_{ij} についての平均)。特に系の自由エネルギー F は, 一つの J_{ij} の組で指定された系の分配関数を $Z\{J_{ij}\}$ として, $\beta F = -[\ln Z\{J_{ij}\}]_T$ で与えられる ($\beta = 1/k_B T$)。この F を計算するのに, EA は恒等式 $\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} (Z^n - 1)$ を利用し, 分配関数中のスピン和と J_{ij} 平均操作が可換であるとして, まず J_{ij} 平均を行った。 $Z^n\{J_{ij}\}$ を書き下してみればすぐ解るように, この操作は, 全く同じ $\{J_{ij}\}$ の組をもつ n 個の複製されたスピン系 $\{S_i^a\}$ — レプリカ — を用いることであり, J_{ij} 平均の結果, 異なるレプリカに属するスピン間に相互作用のある, nN 個のスピンからなる均一系の問題に変換される。即ち

$$[Z^n\{J_{ij}\}]_T = \text{Tr}_{nN} \exp [-\beta N_{\text{eff}}^{(n)}], \quad N_{\text{eff}}^{(n)} = -\frac{\beta J^2}{4} nN - \frac{\beta J^2}{2N} \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle} (\sum_i S_i^\alpha S_i^\beta)^2 - h \sum_i \sum_a S_i^a \quad (2)$$

となる (以降 $J_0 = 0$ とする)。さらに恒等式 $\exp(\frac{\alpha^2}{2}) = \int \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}x^2 + \alpha x)$ を用いると single site の問題に還元され, 結果として,

$$[Z^n\{J_{ij}\}]_J = C \exp\left(\frac{\beta^2 \tilde{J}^2 n N}{4}\right) \int [\prod_{\langle \alpha\beta \rangle} dy_{\alpha\beta}] \exp(+N \hat{f}_n\{y_{\alpha\beta}\}) \quad (3)$$

とまとめられ (C は定数, $\hat{f}_n\{y_{\alpha\beta}\}$ は (5) 式), $N \rightarrow \infty$ では, この積分を鞍点法で評価すればよい (熱的ゆらぎ効果は無視できる)。結局, SK 模型の自由エネルギーは

$$\beta f \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\beta F}{N} = -\frac{\beta^2 \tilde{J}^2}{4} - \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \text{Max}_{y_{\alpha\beta}} \hat{f}_n\{y_{\alpha\beta}\} \quad (4)$$

$$\hat{f}_n\{y_{\alpha\beta}\} = -\sum_{\langle \alpha\beta \rangle} \frac{y_{\alpha\beta}^2}{2} + \ln \left\{ \text{Tr}_n \exp \left(\beta \tilde{J} \sum_{\langle \alpha\beta \rangle} y_{\alpha\beta} S^\alpha S^\beta + \beta h \sum_\alpha S^\alpha \right) \right\} \quad (5)$$

で与えられる ((5) の Tr_n は n 個のスピン和)。また (4) の鞍点条件 $\partial \hat{f}_n / \partial y_{\alpha\beta} = 0$ から

$$g_{\alpha\beta}^{(n)} \equiv \frac{y_{\alpha\beta}}{\beta \tilde{J}} = \langle S^\alpha S^\beta \rangle_{\text{eff}} ; \quad g_{\text{EA}} = \lim_{n \rightarrow 0} g_{\alpha\beta}^{(n)} \quad (6)$$

を得る ($\langle \rangle_{\text{eff}}$ は (2) の $N_{\text{eff}}^{(n)}$ での熱平均で, これはサイトに依らない。尚, 磁化の平均値 m は $m = \lim_{n \rightarrow 0} \langle S^\alpha \rangle_{\text{eff}}$)。以上がレプリカ法による SK 模型の定式化である。問題は $\frac{1}{2}n(n-1)$ 個の変数の空間における鞍点を求めることに帰着したが, $\lim_{n \rightarrow 0}$ の操作は, n を実数とした空間 (しかも $n < 1$) での解を要求しており, これが解法を複雑にしている。SK 解とその不安定性 (レプリカ対称性の破れ) $N_{\text{eff}}^{(n)}$ がレプリカ交換に対する対称性 (Replica Symmetry) をもっていることから, SK 自身は鞍点解として, すべての $(\alpha\beta)$ の組について $g_{\alpha\beta} = g^{(n)}$ を採用し, (4)~(6) を解析した。特に g の決定方程式は

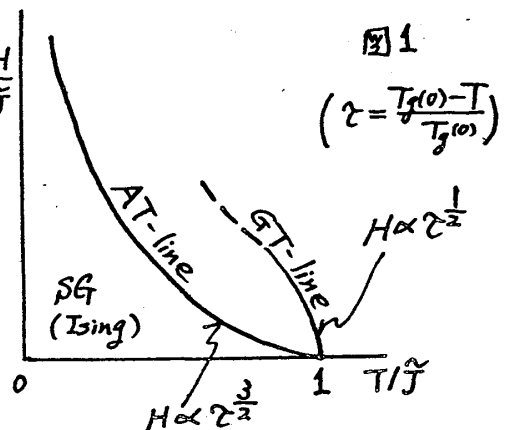
$$g = \lim_{n \rightarrow 0} g^{(n)} = \int \frac{dz}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{z^2}{2}} \tanh^2 [\beta (\tilde{J} g^{\frac{1}{2}} z + h)] \quad (7)$$

となる。この SK 解は, $h=0$ のとき, $k_B T_g = \tilde{J}$ でパラ \leftrightarrow SG ($g>0$) の 2 次相転移を示し, T_g でカスプをもつ線形帯磁率, 比熱を与える。これらは EA 模型に対する分子場理論の結果として期待されたものであったが, エントロピー $S(T)$ が低温で負になるという重大な欠陥をもっていた。SG 系はその分子場理論でさえ解けないのか?

この SK 問題をめぐって諸説紛々としたが レプリカ法の範囲で解決の端緒を与えたのが de Almeida-Thouless (AT) である。³⁾ 彼らは (5) を SK 解のまわりで展開し, その 2 次のずれを規定する $\frac{1}{2}n(n-1) \times \frac{1}{2}n(n-1)$ の Hessian 行列 \tilde{M} が

$$1 < \beta^2 \tilde{J}^2 \int \frac{dz}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{z^2}{2}} \text{sech}^4 [\beta (\tilde{J} g^{\frac{1}{2}} z + h)] \quad (8)$$

の範囲で, 負の固有値 (対応する固有ベクトルは RS をもたない) をもつことを見出した。 $h=0$ のとき, (8) の条件は (7) の解を含む。即ち, SK が採用した RS をもつ解は不安定で, (4), (5) の正しい鞍点はハミルトニアン $N_{\text{eff}}^{(n)}$ がもつ RS を破る (RSB) ものであるという訳である。さらに AT の結果は, $h \neq 0$ でも (8) の等号で決まる温度 $T_g(h)$ で RS (パラ) 相 \leftrightarrow RSB (SG) 相の 2 次相転移が存在し得ることを意



味する。この境界がAT線と呼ばれている(図1)。

Parisi解 正しいRSBな解は如何なるものか? この問に対する、これまでで最も優れている答と考えられているのがParisiの解である。⁴⁾ 彼が採用した $g_{\alpha\beta}$ は次のように定義される。 $n \in$ 自然数の積 $n = n_1 n_2 \cdots n_k$ ($k \geq 2$) に分解し、 $m_i = n_1 n_2 \cdots n_i$ ($m_0 = 1$) とし、 $g_{\alpha\alpha} = 0$ 、

$$g_{\alpha\beta} = g_i : I(\alpha/m_{i-1}) \neq I(\beta/m_{i-1}) \\ \text{かつ } I(\alpha/m_i) = I(\beta/m_i)$$

但し $I(x)$ は x を下回らない最大の整数。例えば $m_1 = 3$, $m_2 = 6$, $m_3 = n = 12$ としたときの $g_{\alpha\beta}$ の行列表示を図2に示す。この行列 $g_{\alpha\beta}$ と、 g_i を用いて $1 < x < n$ で定義される階段関数

$$g(x) = g_i : m_{i-1} < x < m_i \quad (9)$$

とは、和と積の演算を合の2-対一に対応させることができる。 $n \in$ 実数に解析接続し(m_i も実数に)、 $n \rightarrow 0$ とすれば ($m_i < m_{i-1}$ に保ちながら、また k は任意に大きくとれる)、結局、RSB構造は $0 < x < 1$ で定義される任意の(単調増加)関数 $g(x)$ で表現される。オーバーパラメータ関数と呼ばれる、この $g(x)$ を用いると、例えば系の帯磁率 χ は

$$\chi = \beta(1 - \bar{q}) : \bar{q} = \int_0^1 g(x) dx \quad (10)$$

で与えられる。(4)から導かれる f の一般式は複雑だが ($g(x)$ についての偏微分方程式を含む)、Parisiはその試行解の精度を順次上げていくことにより、RSB相で、 $\chi(T) = 1$ ($T < T_g$)、および $S(T) \propto T^2$ ($T \equiv 0$) を結論している。図3にRSB相を記述する $g(x)$ の模式図を示す (凡そ0のRSもこの解は $g(x) = \text{一定}$ で表わされる)。

Parisi解は、そのHessian行列 \vec{M} にも固有値が見つからない唯一の解であり、最終結果も物理的にはほぼ妥当と考えられる(この意味でRSBの最良解だが、 \vec{M} はゼロ固有値をもつ、即ちこの解は 'marginally stable' である)。⁵⁾ では、レプリカ空間でのRSBの出現は、実スピン空間の如何なる状況に対応しているのか?

Thouless - Anderson - Palmer (TAP)理論⁶⁾ SK問題が提起された直後、TAPはレプリカ法を用いずにSK模型を解くことに試みた。まずパラ相での高温展開 (N^{-1} 展開になっている)を行い、 $O(1)$ でSK解を再現し、その妥当性を確認した。その際、鞍点法では無視される、ゆらぎによる $O(N^{-1})$ の補正項も評価し、 $T \rightarrow T_g + 0$ でのゆらぎによるパラ相の不安定性が、パラ相の自由エネルギーを押し上げる方向(通常、相転移ではこの逆)に生じていることを示した。そのようにして生じたSG相を記述するのに、彼らは $m_i \equiv \langle S_i \rangle_T$ とし、系の自由エネルギー F_{TAP} 、およびその極小条件から

図2

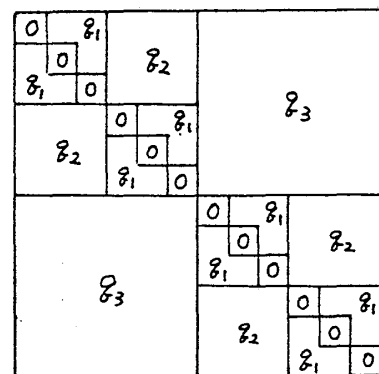
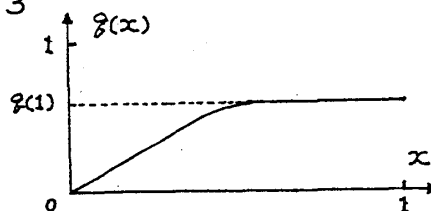


図3



$$F_{TAP}\{m_i\} = -\sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} m_i m_j - \frac{\beta}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij}^2 (1-m_i^2)(1-m_j^2) + \frac{1}{2\beta} \sum_i \left\{ (1+m_i) \ln \frac{1+m_i}{2} + (1-m_i) \ln \frac{1-m_i}{2} \right\} - h \sum_i m_i \quad (11)$$

$$m_i = \tanh h \left[h + \sum_j J_{ij} m_j - \beta m_i \sum_j J_{ij}^2 (1-m_j^2) \right] \quad (12)$$

を導いた。(12)は N 個連立しており、TAP方程式とよばれる。 $m_i = \tanh h h_i^{\text{eff}}$ とおけば、(12)の h_i^{eff} は外部磁場 + 平均内部磁場 - 自己誘導場となっている(最終項は J_{ij} の分散が $O(N^{-1})$ のため無視できない)。(12), (11)を解き、 J_{ij} 平均を実行するのは容易ではないが、TAPは $T \leq T_g$, $T \cong 0$ の領域で適当な近似を導入して解の振舞いを調べ、例えば $S(T) \propto T^2$; $T \rightarrow 0$ を結論している($T \leq T_g$ でのTAP解も興味深い内容を含むが、この点は、本報告書中の根本の報告を参照されたい)。

TAP方程式の多重解とRSB Bray-Moore⁷⁾は、TAP方程式では $T < T_g$ で $e^{N\alpha(T)}$ に比例した個数の解をもつことを示した($\alpha(T) > 0$)。即ち、位相空間における自由エネルギーは複雑な構造をもち、取って2次元の紙面に描こうとすれば図4のようになる(自由エネルギーの障壁は $O(N^2)$ - Ref. 10)

による)。Dominicis-Young (DY)は、この事実とレプリカ法のRSB解とを次のように結び付けた。⁸⁾ (12)の局所平衡解 $\{m_i^A\}$, $A = 1, 2, \dots$ に対応させて、位相空間を部分空間 Ω_A に分ける。系が Ω_A にある確率を $P(A)$ とすれば、磁化の正しい熱平均値は $m_i = \langle S_i \rangle_T = \sum_A P(A) m_i^A$ で与えられる。従って、EAのオーダーパラメータ q は

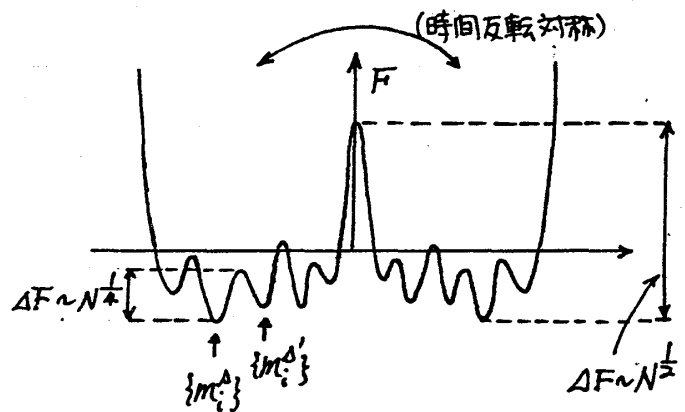


図4 自由エネルギーの様式図

$$q \equiv [m_i^2]_T = \left[\left(\sum_A P(A) m_i^A \right)^2 \right]_T \equiv \int_0^1 \hat{q} W(\hat{q}) d\hat{q} \quad (13)$$

$$W(\hat{q}) = \left[\sum_{A,A'} P(A) P(A') \delta(\hat{q} - q^{AA'}) \right]_T; q^{AA'} = \frac{1}{N} \sum_i m_i^A m_i^{A'} \quad (14)$$

と表わされる。一方、レプリカ法に戻って、RSBな解 $q_{\alpha\beta} (\rightarrow q(x))$ から

$$q = \lim_{n \rightarrow 0} q_{\alpha\beta} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2}{n(n-1)} \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle} q_{\alpha\beta} = \int_0^1 q(x) dx (= \bar{q}) \quad (15)$$

と表わされる(中間式は $q_{\alpha\beta}$ の、対 $(\alpha\beta)$ に関する平均であるが、これは $q_{\alpha\beta}$ 空間のあるRSBな点 $\{q_{\alpha\beta}\}$ が鞍点であれば、それにレプリカ指数を交換して得られるRSBな点もまた鞍点であり、それぞれが(4)に寄与するから、 q はすべての鞍点に関する平均として与えられることを意味する)。(13)と(15)を比べると

$$W(\hat{q}) = \left. \frac{dX(q)}{dq} \right|_{q=\hat{q}} \quad \text{または} \quad X = \int^{\hat{q}(x)} d\hat{q} W(\hat{q}) \quad (16)$$

の対応付けができる ($X(q)$ は $q(x)$ の逆関数)。この対応が正しいとすれば, (14) で定義された $W(\hat{q})$ は, 異なる局所平衡でのスピン配位間の重なり の程度を与える量であるから, RSB の解から導出された $q(x)$ もまた, 異なる部分空間の間の相関情報を含んだ量と解釈される。明らかに $q^{\Delta\Delta} \geq q^{\Delta\Delta'}$ ($\Delta \neq \Delta'$) であるから, $\max_{0 < x < 1} q(x) = q(1) \equiv q_1$ は一つの局所平衡に限った q の平均値とみなせる。 $\min_{0 < x < 1} q(x) = q(0) (=0, \ell \rightarrow 0)$ であるが, これは, 熱平衡状態ではスピン配位が互いに直交するような位相空間にわたって系が繰り返し動くことを反映しており, q の正しい熱平均値はこれらの平均 \bar{q} で与えられるという訳である (但し, 時間反転 ($m_i \rightarrow -m_i$) 状態は除外されている。これも含めると常に $\bar{q} = 0$)。 (16) の対応が, 単なる数式の上での一致だけではないことを示すため, DY は $P(\Delta) \propto \exp[-\beta F_{TAP}\{m_i^{\Delta}\}]$ において自由エネルギーを計算し, いくつかの数字上の反発のもとに, 最終的にこれがレプリカ法の表式 (4), (5) に帰着することを示した。一方, Young⁹⁾ は計算機実験から多数の $\{m_i^{\Delta}\}$ の組をシミュレートし, 上記の $P(\Delta)$ を用いて (14) の $W(\hat{q})$ を算出し, これと Parisi 解から出した dX/dq とがほぼ (16) を満たすことを確認した。さらに Mackenzie-Young¹⁰⁾ は $q(t) \equiv [\langle S_i(0) S_i(t) \rangle_T]_T$ の時間変化をシミュレーションで追いかけて, $q(t)$ の q_1 への早い減衰 (一つの局所平衡内での緩和), その後 $\ell n \tau \equiv N^{\frac{1}{2}}$ の緩和で \bar{q} に減衰 (正しい熱平衡状態), さらに $\ell = 0$ のとき $\ell n \tau_{eg} \equiv N^{\frac{1}{2}}$ で $\bar{q} \rightarrow 0$ への減衰 (時間反転状態の混入) を具体的に示した。

実験との対応 上述した, SK 模型に基づく分子場理論によれば, $T_g(\ell)$ における $SG(RS \rightarrow RSB)$ 相転移とは, 位相空間における自由エネルギーの構造が, "one valley" \rightarrow "many valleys (その障壁が $O(N^d)$, $0 < d < \frac{1}{2}$)" の変化を示す現象となる。尚, 一様磁場中の等方的ハイゼンベルグ SG (相互作用は SK 型) に対するレプリカ法の解析では, 図1で示した, GT 線と呼ばれる温度でより磁場に垂直なスピン成分に強い RSB (凍結) が生じ, 続いて AT 線に対応する温度で, 平行なスピン成分の弱い RSB から強い RSB へのクロスオーバーが起こると結論されている。

自由エネルギーの "many valleys" 構造から直ちに, SG 相の性質がその観測時間に依存する (長時間かければ \bar{q} に, 短時間であれば q_1 に対応したもの) と期待される。単純には, α 測定 の χ と d 極限の χ との違いが思いつくが, 実際, SG 転移における最も特徴的な現象である, χ がカスプになる温度 $T_g(\omega)$ は測定周波数による (下記図4の実線)。但し, 熱力学量の \bar{q} と q_1 , すなわち RSB と RS での量を比較するためには, ほぼ d 極限での量を考察する必要がある。これまでの実験では, Field-Cooled χ ($T_g(\ell)$ の高温側から ℓ をかけたまま系を冷却したとき測定される磁化を ℓ で割ったもの ($\ell \rightarrow 0$) が \bar{q} を用いた (10) に対応し, Zero-FC χ ($\ell = 0$ で SG 相まで冷却し, そこで ℓ をかけて測定されるもの) が $\bar{q} \rightarrow q_1$ とした (10) に対応するものとして, 両者に違いが出る温度として, AT 線を定め, 理論との定性的な一致を得ている。¹²⁾ RSB 相のより顕著な特徴

として期待されるのは "irreversibility" あるいは磁気残留効果があげられる。これと異方性ヒガ結んだ履歴現象の生じる温度モトルフ測定から出し、AT線を再現した実験も最近報告されている。¹³⁾

今後の問題点 以上の実験との対応は、まずは満足すべきものであろうが、少し立ち入って考えてみると解らない点が出てくる。例えば、FC-XとZFC-Xの解釈も必ずしも自明とは思えない。単純に考えれば、各磁場 H に対して preferable な valley 構造ができ、そのうちの一つへ、系が捕えられ、 $T_g(H)$ の転移であるとしてもよさそうである(特に $g_1(H)$ ではなく $\bar{g}(H)$ であらねばならぬ必然性があるか)。FC-XとZFC-Xの違い、磁気残留効果は単に、異なる H に対する配位が位相空間で遠く離れていることの反映に過ぎない。履歴現象にしても、分子場理論での $O(N^d)$ ($d < \frac{1}{2}$)の自由エネルギー障壁がそのまま効いているとは考えられない(磁場エネルギーは $O(N)$ である。特にRef. 13)のトルフ測定の場合、格子系にカップルする、 $O(N)$ の異方性エネルギーが介在している)。このように障壁エネルギーについて考え始めると、現実のS_N系の相互作用は ∞ -レンジ型ではない点が問題となってくる(RKKY型の相互作用も、本質的には短距離型と見なせる¹⁴⁾)。短距離型相互作用のS_N系は有限温度では相転移を示さない、とするのがほぼ定説とされている。それでは現実のS_N系のS_N転移をどのように捕えればよいのだろうか。時間と温度で指定される特徴的な領域に力いて考え、それをつなぎ合せてみたのが図5である。まず、前述の $T_g(\omega)$ でS_N相とパラ相に分ける。これをほさむ領域ではスピングラスターの成長過程、およびそのダイナミクスが系の振舞いを決定している(びくともあまり小さくない ω に対しては、我々の計算機実験はこれを確認している¹⁵⁾)。このような $T_g(\omega)$ に近い領域を除けば、また熱力学的極限に泥しな

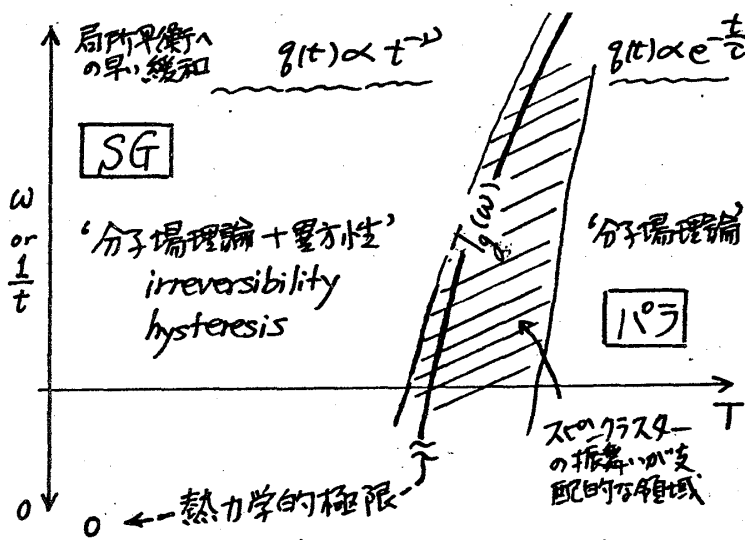


図5 SG転移の描像 (T, t のスケールは任意)

ければ、まずは分子場理論で解釈される現象、例えば都氏らが精力的に研究している非線形帯磁率など、ほかのものと考えられ、この線に沿った研究は有効な手段の一つであろう。但し、S_N相における履歴現象を考える場合、スピン凍結に結んだ異方性を伴う現象はS_N相では本質的な役割を担っているように思える。図5で、'分子場理論+異方性'と書いたのはこの点を強調したつもりである。S_N問題に対する別のアプローチとして、自由エネルギーの many valley 構造、即ち、準安定状態の数をもつ系の問題としてS_N転移を捕える見方もありそうに思える(但し、この類いの問題に対して、確立された処方箋はまだないようであるが)。

References

- 1) S.F. Edwards and P.V. Anderson, J. Phys. F5 965 (1975).
- 2) D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. 35 1792 (1975).
S. Kirkpatrick and D. Sherrington, Phys. Rev. B17 4384 (1978).
- 3) J.R.L. de Almeida and D.J. Thouless, J. Phys. A11 983 (1978).
- 4) G. Parisi, J. Phys. A13 L115 (1980).
- 5) D.J. Thouless, J.R.L. de Almeida, and J.M. Kosterlitz, J. Phys. C13 (1980).
C. De Dominicis and I. Kondor, Phys. Rev. B27 606 (1983).
- 6) D.J. Thouless, P.W. Anderson, and R.G. Palmer, Philos. Mag. 35 (1977).
- 7) A.J. Bray and M.A. Moore, J. Phys. C13 L469 (1980).
- 8) C. De Dominicis and A.P. Young, J. Phys. A16 2063 (1983).
A. Houghton, S. Jain, and A.P. Young, J. Phys. C16 L375 (1983).
G. Parisi, Phys. Rev. Lett. 50 1946 (1983).
- 9) A.P. Young, Phys. Rev. Lett. 51 1206 (1983).
- 10) N.D. Mackenzie and A.P. Young, J. Phys. C16 5321 (1983).
- 11) M. Gabay and G. Toulouse, Phys. Rev. Lett. 47 201 (1981).
D.M. Cragg, D. Sherrington and M. Gabay, Phys. Rev. Lett. 49 158 (1982).
- 12) For example, R.V. Chamberlin, M. Hardiman, L.A. Turkevich and R. Orbach, Phys. Rev. B25 6720 (1982).
- 13) I.A. Campbell, D. Arvanitis and A. Fert, Phys. Rev. Lett. 51 57 (1983).
- 14) L.R. Walker and R.E. Walstedt, Phys. Rev. B22 3816 (1980).
- 15) K. Nemoto and H. Takayama, J. Phys. C16 6835 (1983).